به نام خدا



سایت گروه آموزشی آلم

ابتدایی، راهنمایی، دبیرستان، کنکور و دانشگاه

www.g-alm.ir	
www.g-alm.ir/ac	دانشگاه
www.g-alm.ir/forum	انجمن
www.g-alm.ir/azmoon	آزمون های آلم
www.g-alm.ir/shop	فروشگاه
www.film.g-alm.ir	فیلم های آموزشی

www.g-alm.ir

پاسخ مسئله‌ها

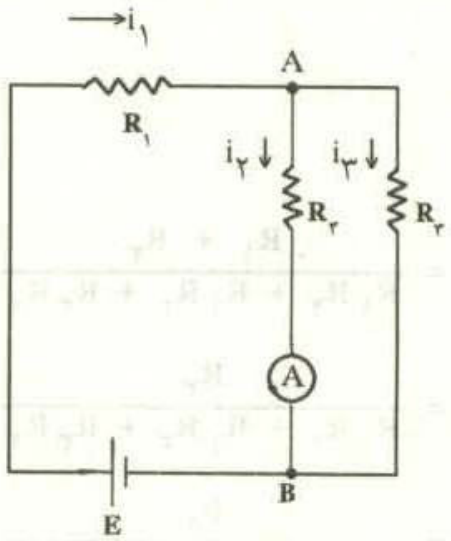
۱ ـ در شکل (۵ ـ ۱۱)، مدار در حالت اول نشان داده شده است.

الف ـ با توجه به اینکه مقاومت درونی مولد و آمپرسنج ناچیز است، در این مدار داریم:

$$E = i_1 R_1 + i_2 R_2$$

$$i_2 R_2 = i_3 R_3$$

$$i_1 = i_2 + i_3$$



شکل (۵ - ۱۱)

با حل معادله‌های بالا داریم:

$$i_1 = \frac{R_2 + R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} E \qquad (۵ ـ ۱)$$

$$i_2 = \frac{R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} E \qquad (۵ ـ ۲)$$

$$i_3 = \frac{R_2}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} E \qquad (۵ ـ ۳)$$

در شکل (۵ ـ ۱۲) مدار پس از عوض کردن جای مولد و آمپرسنج نشان داده شده است.

در این مدار نیز رابطه‌های زیر برقرار است:

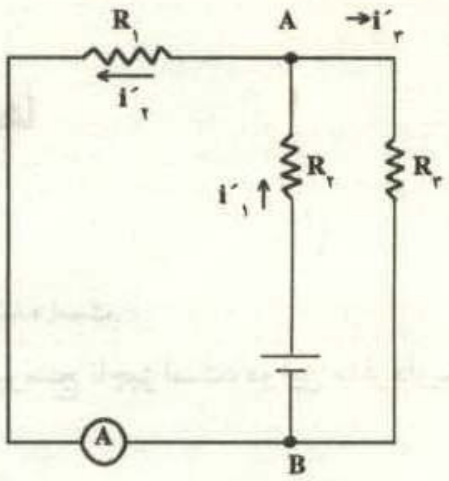
$$E = i'_1 R_2 + i'_2 R_1$$

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

$$i'_2 R_1 = i'_3 R_3$$

$$i'_1 = i'_2 + i'_3$$



شکل (۵ - ۱۲)

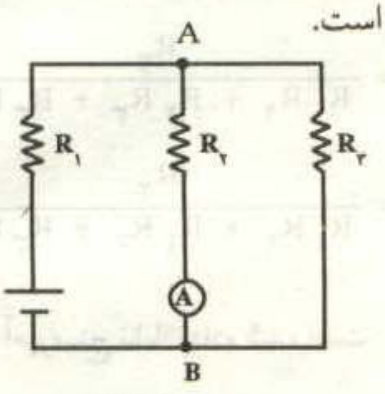
از حل معادله‌های بالا داریم:

$$i'_1 = \frac{R_1 + R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} E \qquad (۴-۵)$$

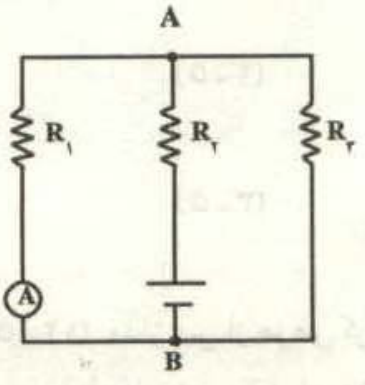
$$i'_2 = \frac{R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} E \qquad (۵-۵)$$

$$i'_3 = \frac{R_1}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} E \qquad (۶-۶)$$

ملاحظه‌می‌شود که در دو حالت جریانی که آمپرسنج نشان می‌دهد، یعنی i_2 و i'_2 یکسان است. این قسمت را می‌توان به روش دیگری هم حل کرد. در شکلهای (۵ ـ ۱۳) و (۵ - ۱۴) مدار شکلهای (۵ ـ ۱۱) و (۵ ـ ۱۲) با تغییری در ظاهر مدار رسم شده است ولی مدارها دقیقاً تکرار شده است.



شکل (۵ ـ ۱۳)



شکل (۵ ـ ۱۴)

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

آشکار است که اگر در مدار شکل (۵ـ۱۳) جای R_1 و R_2 را با هم عوض کنیم، دقیقاً مدار شکل (۵ـ۱۴) به‌دست می‌آید. بنابراین به جای عوض کردن باتری و آمپرسنج، می‌توان R_1 و R_2 را با هم عوض کرد. در این صورت اگر در رابطهٔ (۵ـ۵) به جای R_1 ، R_2 و به جای R_2 ، R_1 را قرار دهیم، جریان آمپرسنج در حالت دوم به دست می‌آید. اگر این کار را انجام دهیم داریم:

$$i'_2 = \frac{R_3}{R_2R_1 + R_1R_3 + R_3R_2}E$$

این جریان دقیقاً همان جریان قبلی است.

پ ـ جریانهای مدار در حالت اول چنین است.

$$i_1 = \frac{3 + 4}{2 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 2} \times 13 = 3/5$$

$$i_2 = \frac{4}{26} \times 13 = 2\,A$$

$$i_3 = \frac{3}{26} \times 13 = 1/5\,A$$

۲ ـ این مسئله را از دو راه می‌توان حل کرد.

راه اول ـ قطعه‌ای از سیم به طول V_d را در نظر می‌گیریم. چون الکترونهای آزاد موجود در سیم به طور متوسط با سرعت V_d حرکت می‌کنند، پس از یک ثانیه، همهٔ الکترونهای آزاد موجود در حجم قطعهٔ انتخاب‌شده از مقطع S می‌گذرند. اگر الکترونهای آزاد موجود در این قطعه سیم را N فرض کنیم ، پس از یک ثانیه، بارالکتریکی که از مقطع S گذشته است، $q=Ne$ خواهد بود که e بار یک الکترون است. بنابراین جریان سیم از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$$I = \frac{q}{t} = \frac{Ne}{1} = Ne \qquad (۵ـ۷)$$

از طرفی تعداد اتمهای مس در هر اتم گرم آن، N_A، یعنی به اندازه عدد آووگادرو است. حجم یک اتم گرم مس چنین است.

$$V_A = \frac{M}{\rho} = \frac{64}{9} = 7/11\ cm^3$$

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

اگر تعداد اتمهای موجود در واحد حجم را با n نشان دهیم، داریم:

$$n = \frac{N_A}{V_d} = \frac{۶/۰۳ \times ۱۰^{۲۳}}{۷/۱۱} = ۰/۸۵ \times ۱۰^{۲۳} \quad \text{اتم/cm}^۳$$

چون به ازای هر اتم مس یک الکترون آزاد وجود دارد، پس تعداد الکترونهای آزاد در واحد حجم نیز همان n است. تعداد کل الکترونهای آزاد در قطعه سیم که دارای حجم SV_d است، برابر است با:

$$N = nSV_d = ۰/۸۵ \times ۱۰^{۲۳} \times ۱۰^{-۲} V_d \qquad (۸-۵)$$

با استفاده از رابطه‌های (۵-۷) و (۵-۸) داریم:

$$I = nSV_d e$$

$$۲ = ۰/۸۵ \times ۱۰^{۲۳} \times ۱۰^{-۲} \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} V_d$$

$$V_d = ۱/۴۷ \times ۱۰^{-۲} \text{ cm/s}$$

راه دوم - طول سیم را l و زمانی که الکترون آزاد این طول را می‌پیماید t فرض کنیم. در این صورت داریم:

$$V_d = \frac{l}{t} \qquad (۹-۵)$$

اگر جرم سیم m باشد داریم:

$$m = \rho V = \rho lS \longrightarrow l = \frac{m}{\rho S} \qquad (۱۰-۵)$$

در رابطهٔ (۵-۱۰) ρ چگالی و S سطح مقطع سیم است. فرض می‌کنیم، در سیم مورد نظر n اتم گرم مس وجود داشته باشد. در این صورت تعداد اتمهای موجود در این سیم و در نتیجه تعداد الکترونهای آزاد در آن، از رابطهٔ زیر بدست می‌آید.

$$N = nN_A \longrightarrow n = \frac{N}{N_A} \qquad (۱۱-۵)$$

که در آن N_A، عدد آووگادرو است. اگر اتم گرم مس را M فرض کنیم، داریم:

$$m = nM \qquad (۱۲-۵)$$

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

اگر n را از رابطهٔ (۵ـ۱۱) در رابطهٔ (۵ـ۱۲) قرار دهیم و سپس m را در رابطهٔ (۵ـ۱۰) بگذاریم و نتیجه را در رابطه (۵ـ۹) قرار دهیم داریم:

$$V_d = \frac{NM}{N_A \rho S t} \qquad (۱۳-۵)$$

اگر بار هر الکترون را e فرض کنیم، بار کل الکترونهای آزاد سیم چنین است.

$$q = Ne \qquad (۱۴-۵)$$

اگر N را از رابطهٔ (۵ـ۱۴) در رابطهٔ (۵ـ۱۳) قرار دهیم داریم:

$$V_d = \frac{M}{N_A \rho S e} \frac{q}{t} \qquad (۱۵-۵)$$

با توجه به اینکه در مدت t که الکترونهای آزاد طول سیم را می‌پیمایند، تمام الکترونهای آزاد موجود در سیم، از مقطع آن گذشته‌اند، $\frac{q}{t}$ همان جریان I است و داریم:

$$V_d = \frac{M}{N_A \rho S e} I \qquad (۱۶-۵)$$

با گذاردن مقادیر عددی در رابطهٔ (۵ـ۱۶)، داریم:

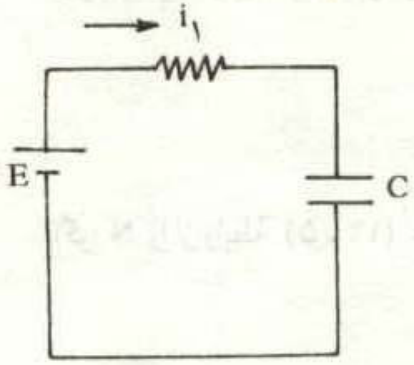
$$V_d = \frac{۶۴}{۶/۰۳ \times ۱۰^{۲۳} \times ۹ \times ۱۰^{-۲} \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}} \times ۲ = ۱/۴۸ \times ۱۰^{-۲} \text{ cm/s}$$

۳ـ مدار مورد نظر در شکل (۵ـ۱۵) رسم شده است. هنگامی که کلید k را می‌بندیم، بارهای الکتریکی مثبت از قطب مثبت پیل به طرف مقاومت $R_۲$ و خازن به راه می‌افتند. (آنچه واقعاً در مدار جریان دارد، الکترونها با بار منفی هستند که در خلاف جهت جریان حرکت می‌کنند، ولی در بررسی ما تفاوتی نمی‌کند که بارهای مثبت در جهت جریان حرکت کنند) چون خازن به تدریج پر می‌شود، باید بارهای الکتریکی مثبت به طرف صفحهٔ بالایی خازن بروند و در نتیجه در شاخه‌ای که خازن وجود دارد، جریان الکتریکی داریم، یعنی $I_۲$ صفر نیست. به تدریج با انباشته‌شدن بارهای الکتریکی روی خازن، اختلاف پتانسیل آن بالا

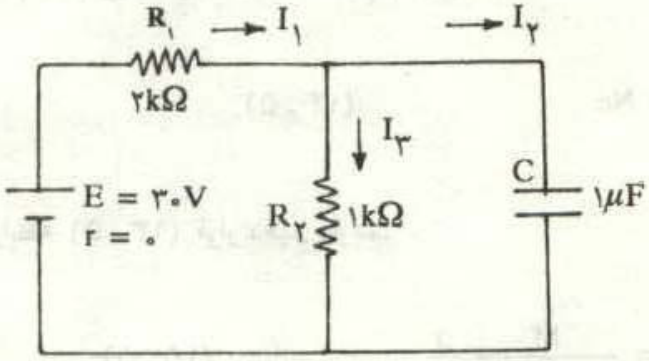
www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

می‌رود و جریانی که خازن را پر می‌کند، کمتر می‌شود. می‌توان گفت بارهای الکتریکی مثبت روی صفحهٔ بالایی، با انباشته‌شدن بیشتر، با آمدن بارهای مثبت بعدی مخالفت می‌کنند و حرکت آنها را کندتر می‌کنند، یعنی جریان I_2 به تدریج کم می‌شود. تغییرات جریان I_2 بر حسب زمان که در صورت مسئله آمده است و در شکل (۵ ـ ۱۷) نیز رسم شده است، همین روند را نشان می‌دهد.



شکل (۵ ـ ۱۶)



شکل (۵ ـ ۱۵)

الف ـ در لحظهٔ $t = ۰$ که کلید را می‌بندیم، بار خازن و در نتیجه اختلاف پتانسیل آن صفر است. چون مقاومت R_2 با خازن به طور موازی قرار دارد، پس در لحظهٔ $t = ۰$ اختلاف پتانسیل R_2 نیز صفر است و در نتیجه جریانی که از آن می‌گذرد نیز صفر است. در این صورت در لحظهٔ $t = ۰$، مدار مانند شکل (۵ ـ ۱۶) است و همان جریانی که از R_1 می‌گذرد، از خازن نیز عبور می‌کند.

در این مدار داریم:

$$E = I_1 R_1 + V_c$$

$$t = ۰ \longrightarrow E = I_۰ R_1 + ۰$$

$$I_۰ = \frac{۳۰}{۲ \times ۱۰^۳} = ۱۵\,mA$$

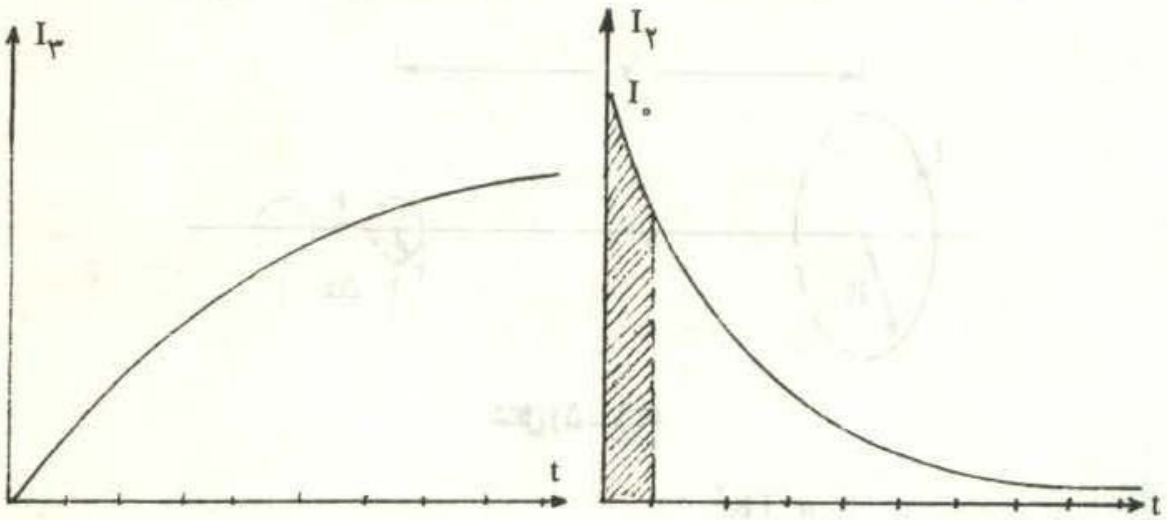
ب ـ نمودار تغییرات جریان I_1 بر حسب زمان در شکل (۵ ـ ۱۷) رسم شده است. در لحظهٔ t، اختلاف پتانسیل دو سر خازن برابر با $\frac{q}{C}$ است که q بار الکتریکی خازن است که از لحظهٔ بستن کلید تا لحظهٔ t روی صفحات آن جمع شده است. چون اختلاف پتانسیل دو سر

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

مقاومت $R_۲$ با اختلاف پتانسیل دو سر خازن برابر است، پس:

$$I_۳ = \frac{V_c}{R_۲} = \frac{q}{CR_۲} = \frac{q}{۱۰^{-۶} \times ۱۰^{۳}} = ۱۰^{۳} q$$



شکل (۵ ـ ۱۷)

شکل (۵ ـ ۱۸)

بنابراین برای یافتن $I_۳$ در هر لحظه، مثلاً t، باید بار الکتریکی را که تا آن لحظه روی خازن جمع شده است، به دست آورد. در مدت کوتاه Δt پس از بستن کلید، می‌توان فرض کرد که جریان $I_۲$، تقریباً برابر با $I_۰$ است. در این مدت بار خازن به اندازهٔ $I_۰ \Delta t$ خواهد بود که تقریباً برابر با مساحت اولین ستون سمت چپ نمودار شکل (۵ ـ ۱۷) است. با گذشت زمان بار خازن به اندازهٔ مساحت ستونهای بعدی زیر نمودار اضافه می‌شود. به این ترتیب بار خازن در هر لحظه، برابر با مساحت زیر نمودار جریان $I_۲$ تا آن لحظه است. نمودار تغییرات جریان $I_۳$ برحسب زمان در شکل (۵ ـ ۱۸) رسم شده است.

پس از گذشت مدت طولانی خازن پر می‌شود و بار الکتریکی آن ثابت می‌ماند. از این پس جریان $I_۲ = ۰$ خواهد بود و داریم:

$$I_۳ = I_۱ = \frac{E}{R_۱ + R_۲} = \frac{۳۰}{۳ \times ۱۰^{۳}} = ۱۰ \text{ mA}$$

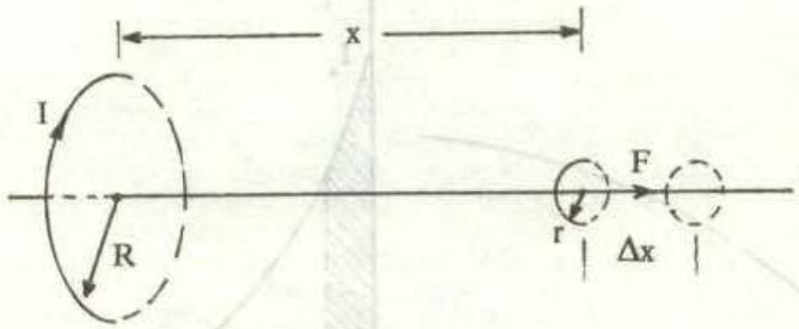
اگر در شکل (۵ ـ ۱۷) محور زمان برحسب ثانیه مدرج شده بود، مساحت زیر منحنی یعنی بار خازن، برحسب آمپرثانیه (یا میلی‌آمپر ثانیه) یعنی کولن (یا میلی‌کولن) به دست می‌آمد

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

و $i_۳$ برحسب آمپر (یا میلی‌آمپر) تعیین می‌شد. ولی چون محور زمان برحسب یک واحد اختیاری مدرج شده است، بار بر حسب کولن و جریان برحسب آمپر نیست.

۴ ـ الف ـ چون میدان مغناطیسی در سطح حلقهٔ کوچک یکنواخت و عمود بر سطح حلقه است، شار مغناطیسی که از سطح حلقه می‌گذرد چنین است. (به شکل ۵ ـ ۱۹ نگاه کنید)



شکل (۵ ـ ۱۹)

$$\varphi = BA = \frac{\mu_۰ I R^۲}{۲\sqrt{(x^۲ + R^۲)^۳}} \times \pi r^۲ \qquad (۱۷ ـ ۵)$$

ب ـ چون $\Delta x << x$ است، پس $\frac{\Delta\varphi}{\Delta x}$ تقریباً با مشتق φ نسبت به x برابر است و داریم:

$$\frac{\Delta\varphi}{\Delta x} = \frac{\mu_۰ I R^۲ \pi r^۲}{۲} \times \frac{-۳x}{\sqrt{(x^۲ + R^۲)^۵}}$$

$$\Delta\varphi = \frac{-۳\mu_۰ \pi r^۲ I R^۲ x}{۲\sqrt{(x^۲ + R^۲)^۵}} \Delta x$$

علامت منفی، نشاندهندهٔ کاهش شار مغناطیسی است.

ج ـ نیروی محرکهٔ القایی در حلقهٔ کوچک چنین است.

$$E = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{۳\mu_۰ \pi r^۲ I R^۲ x}{۲\sqrt{۲(x^۲ + R^۲)^۵}} \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad (۱۸ ـ ۵)$$

د ـ بنا به تعریف نیروی محرکهٔ الکتریکی، کار انجام شده روی واحد بار الکتریکی است،

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

هنگامی که واحد بار یک دور کامل در مدار می‌چرخد. بنابراین داریم:

$$E = \frac{W}{q}$$

$$W = qE = \frac{۳\mu_۰ \pi r^۲ I R^۲ x q}{۲\sqrt{۲(x^۲ + R^۲)^۵}} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

هـ ـ عامل خارجی برای جابجایی حلقهٔ کوچک باید به آن نیرویی به طرف راست وارد کند، زیرا جابه‌جایی حلقهٔ کوچک همراه با تغییر شار و القای نیروی محرکه است و مطابق قانون لنز، باید با عامل خارجی مخالفت شود. پس عامل خارجی نمی‌تواند آزادانه حلقهٔ کوچک را جابه‌جا کند. اگر عامل خارجی نیروی F را بر حلقه وارد کرده باشد، کاری که روی حلقه انجام می‌دهد، معادل همان انرژی الکتریکی است که در حلقه کوچک ظاهر می‌شود. داریم:

$$W = F\Delta x$$

$$F = \frac{W}{\Delta x} = \frac{۳\mu_۰ \pi r^۲ I R^۲ x q}{۲\Delta t \sqrt{(x^۲ + R^۲)^۵}}$$

و ـ با توجه به این که زمان جابه‌جایی Δt بسیار کوچک است، $\frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$، تقریباً با مشتق φ نسبت به t برابر است. در رابطه (۵ ـ ۱۷)، تنها کمیت متغیر، شدت جریان I است. داریم:

$$\frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{\mu_۰ \pi r^۲ R^۲}{۲\sqrt{(x^۲ + R^۲)^۳}} \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

بنابراین نیروی محرکهٔ القایی در اثر تغییر جریان، چنین است:

$$E = -\frac{\mu_۰ \pi r^۲ R^۲}{۲\sqrt{(x^۲ + R^۲)^۳}} \frac{\Delta I}{\Delta t} \qquad (۱۹ - ۵)$$

از تساوی رابطه‌های (۵ ـ ۱۸) و (۵ ـ ۱۹) داریم:

$$\Delta I = \frac{-۳Ix}{x^۲ + R^۲} \Delta x$$

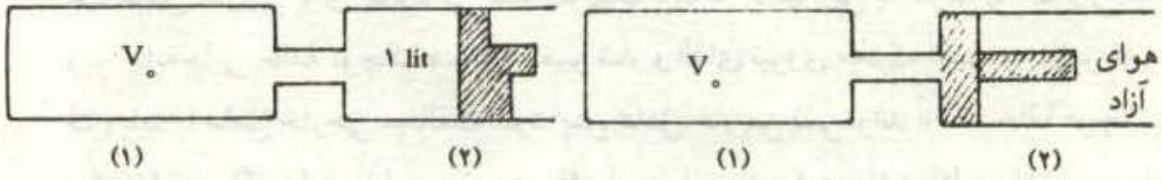
علامت منفی نشاندهندهٔ آن است که با افزایش x ($\Delta x > ۰$)، باید جریان کاهش یابد ($\Delta I < ۰$). این نتیجه کاملاً آشکار است، زیرا با افزایش x شار مغناطیسی که از حلقهٔ کوچک

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

می‌گذرد کم می‌شود و اگر بخواهیم، تغییر شار مغناطیسی با تغییر جریان حلقهٔ بزرگ پدید آید، باید جریان حلقهٔ بزرگ را کاهش دهیم.

۵ ـ وضعیت پیستون در دو حالت در شکلهای (۵ ـ ۲۰) و (۵ ـ ۲۱) نشان داده شده است. چون یک طرف پیستون هوای آزاد است، پس باید در شکل (۵ ـ ۲۰) طرف دیگر آن نیز فشار، برابر با فشار هوای آزاد، P_0 باشد.



شکل (۵ ـ ۲۰)

شکل (۵ ـ ۲۱)

راه اول ـ دمای آب داغ را T_1 فرض می‌کنیم. اگر دمای همهٔ گاز داخل مخزن ۱ در فشار ثابت از $T_0 = ۲۷۳$ به T_1 برسد، حجم آن V چنین خواهد بود:

$$\frac{V}{T_1} = \frac{V_1}{T_0}$$

$$V = \frac{۴ \times T_1}{۲۷۳} \text{ lit}$$

بخشی از گاز در مخزن ۱ مانده و مابقی به مخزن ۲ می‌رود. حجم گاز وارد شده به مخزن ۲ در دمای T_1 چنین است:

$$V' = V - V_0 = \frac{۴ \times T_1}{۲۷۳} - ۴$$

$$V' = ۴\left(\frac{T_1}{۲۷۳} - ۱\right)$$

اگر این مقدار گاز به دمای T_0 برود، باید حجم آن $V_2 = ۱$ lit شود. پس داریم:

$$\frac{V'}{T_1} = \frac{V_2}{T_0} = \frac{۱}{۲۷۳}$$

$$\frac{۴\left(\frac{T_1}{۲۷۳} - ۱\right)}{T_1} = \frac{۱}{۲۷۳}$$

$$۴(T_1 - ۲۷۳) = T_1$$

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

$$۳T_۱ = ۱۰۹۲$$

$$T_۱ = ۳۶۴^\circ K \longrightarrow \theta_۱ = ۹۱^\circ c$$

راه دوم ـ چون گاز داده‌شده به مخزن ۲ همان شرایط اولیه گاز مخزن ۱ را دارد، پس گاز باقیمانده در مخزن ۱، معادل ۳ lit در دمای $T_۰$ است. این مقدار گاز در دمای $T_۱$، همهٔ مخزن ۱ را پر کرده است. پس:

$$\frac{V_۰}{T_۱} = \frac{V_۰ - ۱}{T_۰} = \frac{۳}{T_۰}$$

$$T_۱ = \frac{V_۰ T_۰}{۳} = \frac{۴ \times ۲۷۳}{۳} = ۳۶۴^\circ k \qquad \theta_۱ = ۹۱^\circ c$$

۶ ـ ابتدا فرض می‌کنیم خط‌کش بر اثر تغییر دما منبسط نمی‌شود. اگر در دمای صفر ارتفاع مایع را $h_۰$ و سطح مقطع ظرف شیشه‌ای را $A_۰$ فرض کنیم، داریم:

$$V_۰ = h_۰ A_۰$$

در دمای $\theta = ۵۰^\circ c$، حجم مایع و سطح مقطع ظرف شیشه‌ای زیاد می‌شود و داریم:

$$V = V_۰ (۱ + a\theta)$$

$$A = A_۰ (۱ + ۲\lambda_۲ \theta)$$

$$h = \frac{V}{A} = \frac{V_۰ (۱ + a\theta)}{A_۰ (۱ + ۲\lambda_۲ \theta)} = h_۰ \frac{۱ + a\theta}{۱ + ۲\lambda_۱ \theta}$$

در دمای θ، خط‌کش نیز منبسط شده است و در نتیجه هر تقسیم‌بندی آن بزرگتر شده است. بنابراین در دمای θ طول ستون مایع با این خط‌کش کمتر از مقدار واقعی بدست آمده است. اگر هر تقسیم‌بندی خط‌کش در دمای صفر برابر با $l_۰$ و در دمای θ برابر با l باشد، داریم:

$$l = l_۰ (۱ + \lambda_۱ \theta)$$

$$l_۰ = \frac{l}{۱ + \lambda_۱ \theta}$$

برای آنکه مقدار واقعی ارتفاع ستون مایع را در دمای θ به دست آوریم، باید عددی را که روی خط‌کش منبسط شده خوانده‌ایم، در نسبتی که هر درجه بزرگتر شده است ضرب کنیم،

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

بنابراین داریم:

$$۴۳/۲(۱ + \lambda_۱\theta) = h_۰\frac{۱ + a\theta}{۱ + ۲\lambda_۲\theta}$$

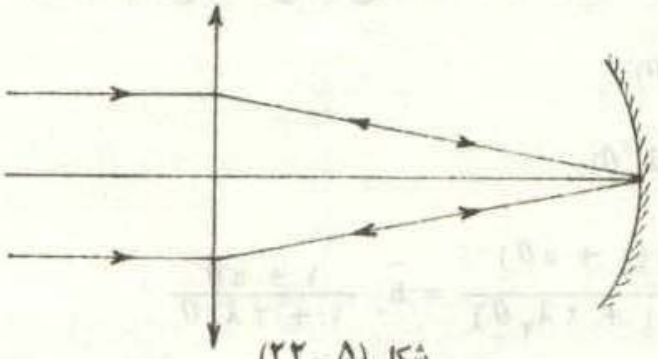
$$h_۰ = \frac{(۱ + \lambda_۱\theta)(۱ + ۲\lambda_۲\theta)}{۱ + a\theta} \times ۴۳/۲$$

$$h_۰ = \frac{۱ + (\lambda_۱ + ۲\lambda_۲)\theta}{۱ + a\theta} \times ۴۳/۲$$

$$h_۰ = \frac{۱ + (۲ \times ۰/۸ + ۱/۲) \times ۱۰^{-۵} \times ۵۰}{۱ + ۱/۶ \times ۱۰^{-۳} \times ۵۰} \times ۴۳/۲ = ۴۰/۰\ cm$$

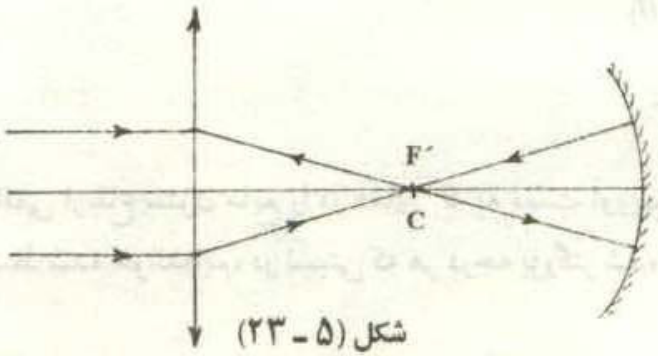
در رابطهٔ بالا از $۲\lambda_۱\lambda_۲$ در برابر $\lambda_۱ + ۲\lambda_۲$ به علت کوچکی آن چشم پوشیده‌ایم.

۷ ـ الف ـ عدسی و آینه را در دو حالت می‌توان قرار داد. پرتوهای نور در دو حالت در شکلهای (۵ ـ ۲۲) و (۵ ـ ۲۳) رسم شده است. برای توضیحات مربوط به مسئله، به پاسخ سؤال چهار گزینه‌ای شماره ۲۷ دومین المپیاد، صفحهٔ ۱۲۳ مراجعه شود.



شکل (۵ ـ ۲۲)

در شکل (۵ ـ ۲۲) کانون عدسی بر رأس آینه منطبق است. در این حالت فاصلهٔ عدسی از آینه، $d_۱ = f_۱ = ۱\ m$ است. در شکل (۵ ـ ۲۳)، کانون عدسی بر مرکز آینه منطبق است. در این حالت فاصلهٔ عدسی از آینه، $d_۲ = f_۱ + R = ۲\ m$ است.

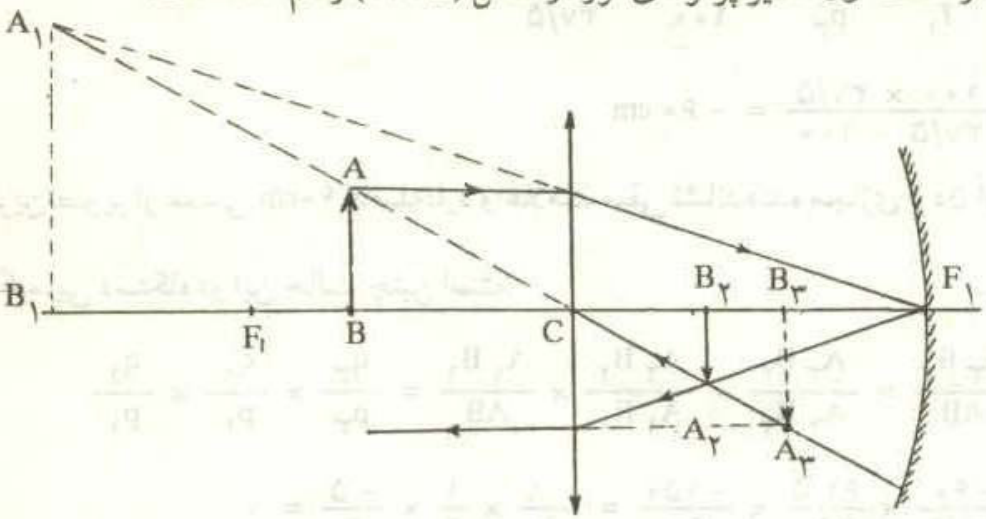


شکل (۵ ـ ۲۳)

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

ب ـ در حالت اول مسیر پرتوهای نور در شکل (۵ ـ ۲۴) رسم شده است.



شکل (۵ ـ ۲۴)

از جسم AB در عدسی یک تصویر مجازی A_1B_1 تشکیل می‌شود. فاصلهٔ این تصویر از عدسی چنین است:

$$\frac{۱}{p_۱} + \frac{۱}{q_۱} = \frac{۱}{f_۱}$$

$$\frac{۱}{q_۱} = \frac{۱}{۱۰۰} - \frac{۱}{۶۰} \longrightarrow q_۱ = \frac{۶۰ \times ۱۰۰}{۶۰ - ۱۰۰} = -۱۵۰ \text{ cm}$$

علامت منفی نشاندهندهٔ تصویر مجازی است. از شکل (۵ ـ ۲۴) پیداست که A_1B_1 برای آینه، به‌عنوان یک جسم حقیقی به حساب می‌آید. از این جسم حقیقی که فاصلهٔ آن تا آینه $p_۲ = ۱۵۰ + ۱۰۰ = ۲۵۰ \text{ cm}$ است، تصویر $A_۲B_۲$ در آینه تشکیل می‌شود که فاصلهٔ آن $q_۲$ چنین است.

$$\frac{۱}{q_۲} = \frac{۱}{f_۲} - \frac{۱}{p_۲} = \frac{۱}{۵۰} - \frac{۱}{۲۵۰}$$

$$q_۲ = \frac{۲۵۰}{۵ - ۱} = ۶۲/۵ \text{ cm}$$

تصویر $A_۲B_۲$ برای عدسی به عنوان جسم حقیقی به حساب می‌آید و چون در فاصلهٔ کانونی عدسی است، تصویر مجازی $A_۳B_۳$ در عدسی تشکیل می‌شود. فاصلهٔ $A_۲B_۲$ تا عدسی، $P_۳$ است و داریم:

$$p_۳ = ۱۰۰ - ۶۲/۵ = ۳۷/۵ \text{ cm}$$

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

$$\frac{۱}{q_۳} = \frac{۱}{f_۱} - \frac{۱}{p_۳} = \frac{۱}{۱۰۰} - \frac{۱}{۳۷/۵}$$

$$q_۳ = \frac{۱۰۰ \times ۳۷/۵}{۳۷/۵ - ۱۰۰} = -۶۰ \text{ cm}$$

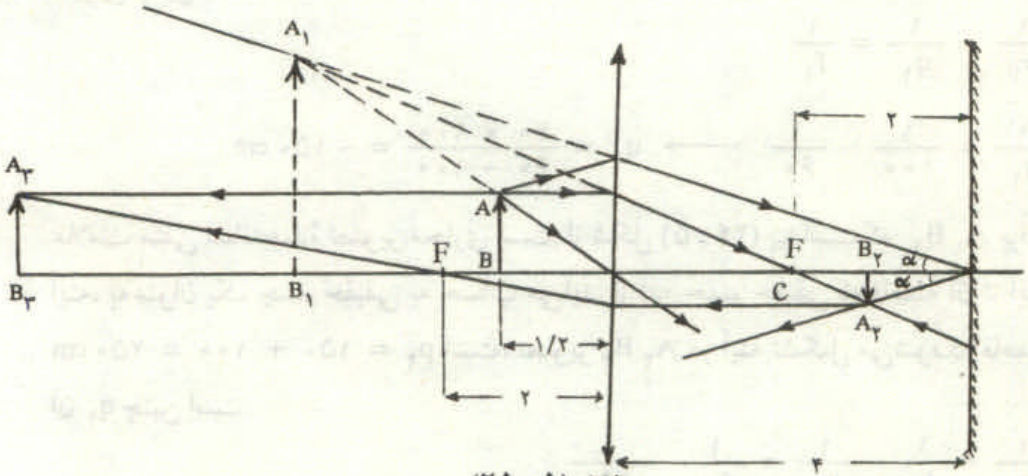
آخرین تصویر از عدسی ۶۰cm فاصله‌دارد و علامت منفی نشاندهنده مجازی بودن آن است.

بزرگنمایی دستگاه در این حالت چنین است:

$$\gamma = \frac{A_۳B_۳}{AB} = \frac{A_۳B_۳}{A_۲B_۲} \times \frac{A_۲B_۲}{A_۱B_۱} \times \frac{A_۱B_۱}{AB} = \frac{q_۳}{p_۳} \times \frac{q_۲}{p_۲} \times \frac{q_۱}{p_۱}$$

$$\gamma = \frac{-۶۰}{۳۷/۵} \times \frac{۶۲/۵}{۲۵۰} \times \frac{-۱۵۰}{۶۰} = \frac{-۸}{۵} \times \frac{۱}{۴} \times \frac{-۵}{۲} = ۱$$

علامت مثبت برای بزرگنمایی نشان‌دهندهٔ وارونه بودن تصویر نهایی نسبت به جسم است.
مسیر پرتوهای نور در حالت دوم در شکل (۵ـ۲۵) رسم شده است.



شکل (۵ـ۲۵)

از جسم AB تصویر $A_۱B_۱$ در عدسی تشکیل می‌شود. فاصلهٔ این تصویر از عدسی چنین است.

$$\frac{۱}{q_۱} = \frac{۱}{f_۱} - \frac{۱}{p_۱} = \frac{۱}{۱۰۰} - \frac{۱}{۶۰}$$

$$q_۱ = \frac{۱۰۰ \times ۶۰}{۶۰ - ۱۰۰} = -۱۵۰ \text{ cm}$$

مانند حالت قبل این تصویر، برای آینه به عنوان یک جسم حقیقی به حساب می‌آید. از این

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

جسم حقیقی که در فاصلهٔ $p_۲ = ۱۵۰ + ۲۰۰ = ۳۵۰\ cm$ است، تصویر $A_۲B_۲$ در آینه تشکیل می‌شود. فاصلهٔ این تصویر از آینه، $q_۲$ چنین است:

$$\frac{۱}{q_۱} = \frac{۱}{f_۲} - \frac{۱}{p_۲} = \frac{۱}{۵۰} - \frac{۱}{۳۵۰}$$

$$q_۲ = \frac{۳۵۰}{۷ - ۱} = \frac{۱۷۵}{۳}\ cm$$

تصویر $A_۲B_۲$ خارج فاصلهٔ کانونی عدسی است و برای عدسی مانند یک جسم حقیقی به فاصلهٔ $\frac{۴۲۵}{۳}\ cm = ۲۰۰ - \frac{۱۷۵}{۳}$ است. $p_۳$

تصویر نهایی در عدسی در فاصلهٔ $q_۳$ تشکیل می‌شود و داریم:

$$\frac{۱}{q_۳} = \frac{۱}{f_۱} - \frac{۱}{p_۳} = \frac{۱}{۱۰۰} - \frac{۱}{\frac{۴۲۵}{۳}}$$

$$q_۳ = \frac{۴۲۵ \times ۱۰۰}{۴۲۵ - ۳۰۰} = ۳۴۰\ cm$$

آشکار است که تصویر نهایی حقیقی است.

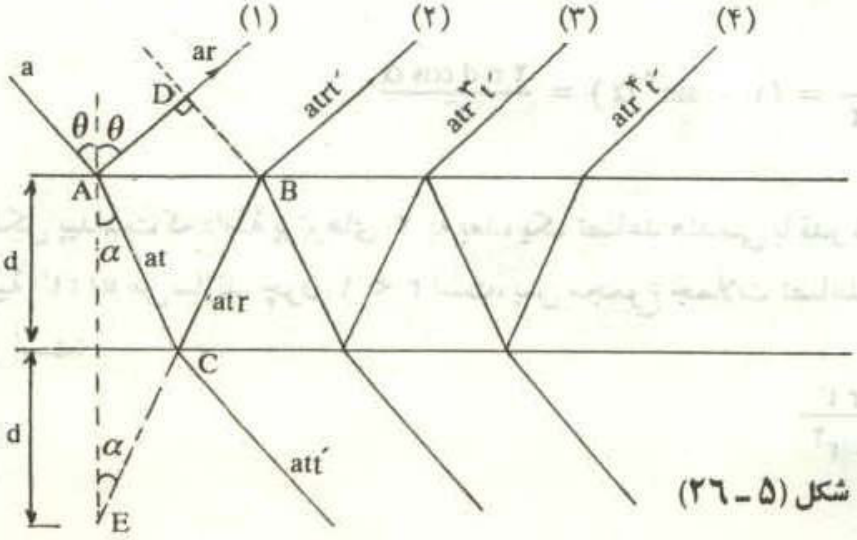
برای محاسبهٔ بزرگنمایی در این حالت، داریم:

$$\gamma = \frac{q_۳}{p_۳} \times \frac{q_۲}{p_۲} \times \frac{q_۱}{p_۱} = \frac{۳۴۰}{\frac{۴۲۵}{۳}} \times \frac{\frac{۱۷۵}{۳}}{۳۵۰} \times \frac{-۱۵۰}{۶۰}$$

$$\gamma = \frac{۱۲}{۵} \times \frac{۱}{۶} \times \frac{-۵}{۲} = -۱$$

علامت منفی نشان‌دهندهٔ مستقیم‌بودن جسم و تصویر نهایی نسبت به هم است

۸ ـ مسیر پرتوها در شکل (۵ ـ ۲۶) نشان داده شده است.



شکل (۵ ـ ۲۶)

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

الف ـ از نقطهٔ B، محل خروج پرتو ۲ خطی بر پرتو ۱ عمود می‌کنیم. دو پرتو ۱ و ۲ تا نقطهٔ A مشترک هستند. از آن پس، پرتو ۱ مسیر AD را در هوا و پرتو ۲ مسیر ACB را در شیشه پیموده است. اگر پرتو BC را امتداد داده تا خط عمود بر سطح تیغه را در نقطهٔ E قطع کند، آشکار است که مسیر ACB با مسیر EB برابر است. پرتو ۱ پس از نقطهٔ A و پرتو ۲ پس از نقطهٔ B مسیر مشابهی را در هوا می‌پیمایند.

بنابراین اختلاف راه دو پرتو ۱ و ۲ تنها مربوط به اختلاف دو تکهٔ AD و EB است. سرعت نور را در خلاء C و در شیشه V فرض می‌کنیم. اگر نور مسیر AD را در هوا در t_1 و مسیر EB را در شیشه در t_2 بپیماید، داریم:

$$t_1 = \frac{AD}{C} \qquad t_2 = \frac{BE}{V}$$

$$AD = AB \sin\theta = 2d \operatorname{tg}\alpha \sin\theta = 2d \frac{\sin\alpha \cos\theta}{\cos\alpha}$$

$$BE = \frac{AB}{\sin\alpha} = \frac{2d \operatorname{tg}\alpha}{\sin\alpha} = \frac{2d}{\cos\alpha}$$

$$t_2 - t_1 = \frac{2d}{\cos\alpha}\left[\frac{1}{V} - \frac{\sin\alpha \sin\theta}{C}\right]$$

چون $n = \frac{C}{v}$ و نیز $n = \frac{\sin\theta}{\sin\alpha}$، پس داریم:

$$t_2 - t_1 = \frac{2d}{c\cos\alpha}[n - \sin\alpha \sin\theta]$$

$$= \frac{2d}{c\cos\alpha}[n - \sin\alpha (n\sin\theta)]$$

$$= \frac{2nd}{C\cos\alpha} = (1 - \sin^2\alpha) = \frac{2nd\cos\alpha}{C}$$

ب ـ از شکل پیداست که دامنهٔ پرتوهای ۲ به بعد، یک تصاعد هندسی با قدر نسبت r^2 و جملهٔ اولیهٔ $atrt'$ می‌سازند. چون $r < 1$ است، پس مجموع جملات تصاعد هندسی در حد چنین است:

$$A = \frac{atrt'}{1 - r^2}$$

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

ج ـ اگر دامنهٔ پرتو ۱ را با مجموع دامنه‌های پرتوهای ۲ به بعد برابر قرار دهیم داریم:

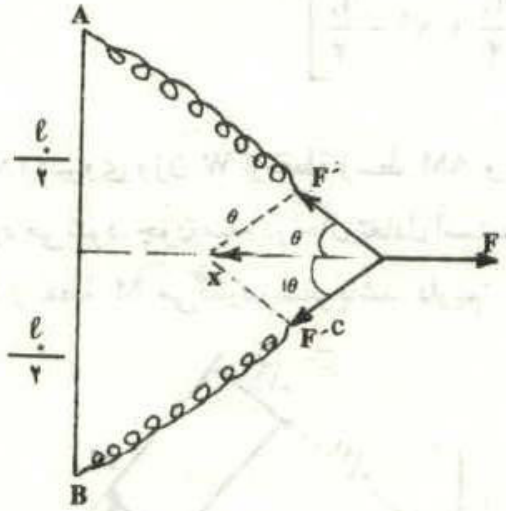
$$A = ar \longrightarrow \frac{atrt'}{1 - r^2} = ar$$

$$1 - r^2 = tt'$$

۹ ـ هر نیمهٔ فنر دارای طول $\frac{l_0}{2}$ است. چون طول فنر نصف شده است، ثابت هر نیمه ۲ برابر شده است. (برای توضیحات بیشتر در بارهٔ این مطلب، به پاسخ سؤال چهار گزینه‌ای شماره ۲، دومین المپیاد، صفحهٔ ۱۰۴ مراجعه شود)

بنابراین می‌توان فرض کرد دو فنر به طول $\frac{l_0}{2}$ و ثابت $2k_0$ را به هم متصل کرده و میان دو نقطهٔ A و B بسته‌ایم.

الف ـ در حالت اول فنرها طول عادی خود را دارند. هنگامی که محل اتصال دو فنر را به اندازهٔ x می‌کشیم، افزایش طول هر کدام با استفاده از شکل (۵ ـ ۲۷) چنین است.



شکل (۵ ـ ۲۷)

$$\Delta l = \sqrt{(\frac{l_0}{2})^2 + x^2} - \frac{l_0}{2}$$

نیروی کشش فنرها که در شکل با F' نشان داده شده است، چنین است.

$$F' = k\Delta l = 2k_0\left[\sqrt{\frac{l_0^2}{4} + x^2} - \frac{l_0}{2}\right]$$

چون فنرها به همان حالت نگاهداشته می‌شوند، باید برآیند نیروهای وارد بر محل **اتصال**

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

فنرها صفرباشد. از شکل پیداست که:

$$F = ۲F' \cos\theta = ۴k_۰\left[\sqrt{\frac{l_۰^۲}{۴} + x^۲} - \frac{l_۰}{۲}\right] \frac{x}{\sqrt{\frac{l_۰^۲}{۴} + x^۲}}$$

$$F = ۴k_۰ x[۱ - \sin\theta]$$

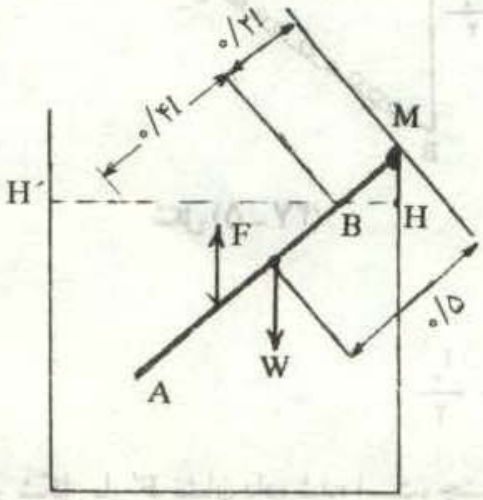
پ ـ انرژی پتانسیل ذخیره‌شده در هر نیمهٔ فنر چنین است.

$$U_۱ = \frac{۱}{۲}۲k_۰(\Delta l)^۲ = k_۰\left[\sqrt{\frac{l_۰^۲}{۴} + x^۲} - \frac{l_۰}{۲}\right]^۲$$

کاری که شخص برای کشیدن فنرها انجام داده است، به صورت انرژی پتانسیل در فنرها ذخیره شده است. پس داریم:

$$W = ۲U_۱ = ۲k_۰\left[\sqrt{\frac{l_۰^۲}{۴} + x^۲} - \frac{l_۰}{۲}\right]^۲$$

۱۰ ـ مطابق شکل (۵ - ۲۸) نیروی وزن W از نقطهٔ وسط AM و نیروی ارشمیدس F از نقطهٔ وسط AB بر میله وارد می‌شود. چون میله در حال تعادل است، باید گشتاورنیروهای وارد بر آن به دور محوری که از نقطهٔ M می‌گذرد، صفر باشد. داریم:



شکل (۵ ـ ۲۸)

$$W \times ۰/۵۱ - F \times (۰/۴ + ۰/۲)۱ = ۰$$

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

برای نیروهای وارد بر میله داریم:

$$W = \rho s l g$$

$$F = \rho' s (\circ/\wedge) l g$$

در نتیجه داریم:

$$\circ/\Delta \rho l^{۲} s g = \circ/۴\wedge \rho' l^{۲} s g$$

$$\rho = \circ/۶۹ \times ۱\circ\circ\circ = ۶۹۰ kg/m^{۳}$$

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir